Quadratische Funktionen:

1) Bringe die Gleichungen in die Scheitelpunktform:

a) $y = 2x^2 - 12x + 22$ b) $y = -x^2 + x - 3$

c) $y = 3x^2 + 6x + 5$ d) $y = \frac{1}{2}x^2 + 4x + 6$

e) $2{,}75 = x^2 - 5x$ f) $\frac{2}{5}x^2 - x = -y$

2) Bestimme die Parabelgleichung einer Parabel, die durch die Punkte P (0|-3), Q (1|-5) und R (3|3) verläuft in der allgemeinen Form.

3) Bestimme die Funktionsgleichung einer Parabel mit der Funktionsgleichung $y=ax^2+bx+c$, mit Hilfe des Scheitelpunktes und eines Punktes P durch den die Parabel verläuft:

a) S (2|3), P (3|6)

b) S (-3|1), P (-2|-1)

4) Bestimme zeichnerisch alle Nullstellen der Funktion. Berechne dann die Nullstellen

a) $f(x) = x^2 + 6x + 9$

b) $f(x) = 2x^2 - 4x - 6$

c) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 1$

5) Eine Normalparabel schneidet die x-Achse in zwei Punkten.

a) Bestimme die Parabelgleichung, wenn die Parabel durch die Punkte P (2|0) und Q (6|0) verläuft.

b) Bestimme die Parabelgleichung, wenn die Parabel durch die Punkte R(3|0) und P (7|0) verläuft und der Scheitelpunkt auf einer Geraden y = -3 liegt.

Lösungen:

1) a) $y= 2x^2 - 12x + 22$, $f(x) = 2(x-3)^2 + 4$

b) $y = -x^2 + x -3$, $f(x) = - (x - \frac{1}{2})^2 - 2\frac{3}{4}$

c) $y = 3x^2 + 6x + 5$; $f(x) = 3(x + 1)^2 + 2$

d) $y = \frac{1}{2}x^2 + 4x + 6$; $f(x) = \frac{1}{2}(x + 4)^2 -2$

e) $2{,}75 = x^2 - 5x$; $f(x) = (x - 2{,}5)^2 - 9$

f) $\frac{2}{5}x^2 - x = -y$; $f(x) = -\frac{2}{5}(x - \frac{4}{5})^2 + \frac{5}{8}$

2) P (0|-3): $f(x) \Rightarrow -3 = a(0)^2 + b(0) + c$, daraus folgt: $c= -3$
Q (1|-5): $f(x) \Rightarrow -5 = a(1)^2 + b(0) - 3$, daraus folgt: $a+b = -3$
R (3|3): $f(x) \Rightarrow 3 = a(3)^2 + b(3) - 3$, daraus folgt: $3a+b =2$
Lösung über LGS: $a = 2$, $b = -4$
Parabelgleichung: $f(x) = 2x^2 - 4x - 3$

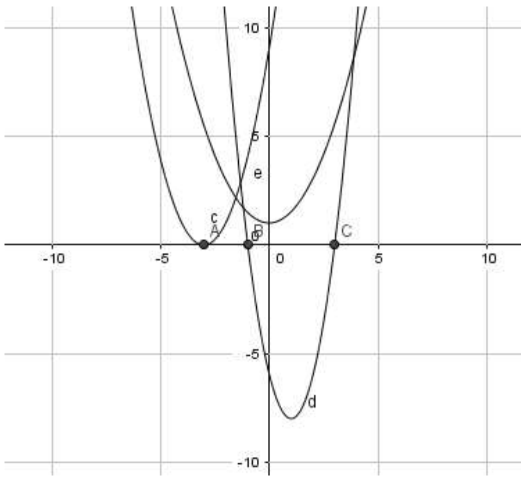
3) a) S (2|3), $f(x) = a(x-2)^2 + 3$
Einsetzen des Punktes P (3|6): $f(x) \Rightarrow 6 = a(3 - 2)^2 + 3 \Rightarrow a = 3$
Parabelgleichung: $f(x) \Rightarrow 6= 3(x - 2)^2 + 3$
Normalform: $y = 3x^2 - 12x + 15$

b) S (-3|1), P (-2|-1): $f(x) = a(x+3)^2+1$
Einsetzen des Punktes P (-2|-1): $f(x) \Rightarrow -1 = a(-2 + 3)^2 + 1 \Rightarrow a = -2$
Parabelgleichung: $f(x) \Rightarrow -1= -2(x + 3)^2 + 1$
Normalform: $y = -2x^2 - 12x - 17$

4) a) $f(x) = x^2 + 6x + 9$; eine Nullstelle (-3|0)

b) $f(x) = 2x^2 - 4x - 6$; zwei Nullstellen (-1|0) und (3|0)

c) $f(x) = \frac{1}{2} x^2 +1$; keine Nullstelle



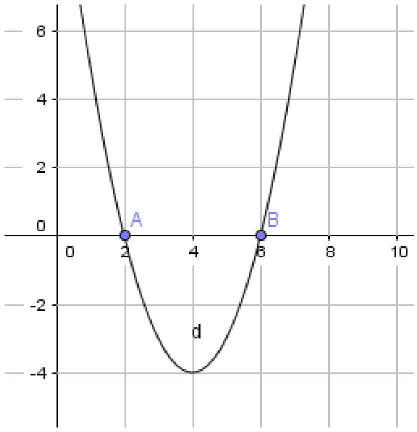
5) a) Die Parabel ist symmetrisch, mit x = 4

Scheitelpunkt: S(4|)

Ansatz der Parabelgleichung: $y = a(x-4)^2 + e$

Nullstellen: bei x = 2 und x = 6: $y = (x-2)(x-6) \Leftrightarrow y = x^2 - 8x + 12$

Über Quadr. Ergänzung erhält man die Gleichung: $y = (x-4)^2 - 4$



b) Die Parabel ist symmetrisch, mit x = 5

Scheitelpunkt: S(5|-3)

Ansatz der Parabelgleichung: $y = a(x-5)^2 -3$

Bestimmung des Streckfaktors: Einsetzen der Koordinaten eines Punktes: für R (3|0) folgt: $0 = a(3-5)^2 - 3$, Berechnung: $a = \frac{3}{4}$

Parabelgleichung: $y = \frac{3}{4}(x-5)^2 - 3$